Exercice #1

3-10 a)

Source	SS	ddl	MS	F_0
Facteur	543.6	2	271.8	16.08
Erreur	202.8	12	16.9	
Totale	746.4	14		

Seuil observé : 0.0004

Au seuil de 1%, on rejette H_0, donc on peut affirmer qu'au moins une moyenne est significativement différente des autres.

b)

```
Tukey Grouping          Mean      N    type

           A          22.200      5    2

           B          10.800      5    1
           B
           B           8.400      5    3
```

Au seuil de 1%, le temps de réponse du circuit de type 2 est significativement supérieure aux deux autres. Pour la procédure, nous avons pensé de spécifier le seuil.

c) Nous avons calculé le coefficient d'expansion : $\sqrt{MS_E/n} = 1.838478$.
Nous avons tracé le graphique d'une student avec 4 degrés de liberté, avec les abscisses multipliées par le coefficient. Sur la figure 1 (à la dernière page), si on décale le graphique vers la gauche, on peut imaginer que les deux plus petites moyennes seraient sous la cloche, mais pas la plus grande moyenne i.e. celle du circuit de type 2.
On pourrait ainsi conclure qu'elle est significativement différente, comme à la partie b).

d) $\Gamma_1 : 2\mu_2 = \mu_1 + \mu_3$ $\quad c_1 = 1 \;\; c_2 = -2 \;\; c_3 = 1$
$\Gamma_2 : \mu_1 = \mu_3$ $\quad d_1 = 1 \;\; d_2 = 0 \;\; d_3 = -1$
$$\sum_{i=1}^{3} c_i d_i = 0$$

e) Le circuit de type 1 ou 3 . Car on ne peut pas conclure à une différence significative entre les deux temps de réponse.

f)

```
                    Variable:  eresid

   Stem Leaf                        #            Boxplot
      6 68                          2               0
      4 2                           1               |
      2                                             |
      0 82                          2            +--+--+
     -0 84284                       5            *-----*
     -2 4842                        4            +-----+
     -4 2                           1               |
        ----+----+----+----+
```

```
                  Normal Probability Plot
  7+                                      *   ++++++
   |                                   * +++++
   |                                ++++++
  1+                          ++++++* *
   |                     +++++* **
   |              * ++++++
 -5+         * +++++
    +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
        -2        -1         0        +1        +2
```

Oui, on conclut à la normalité des résidus, le boxplot est assez symétrique et il n'y a qu'une observation extrême. Et les points sont tous dans ou très proches de la droite de Henri.

3-31 a) $N\widehat{\mu}+n\widehat{\tau}_1 + n\widehat{\tau}_2 + n\widehat{\tau}_3 = y_{..}$
$n\widehat{\mu} + n\widehat{\tau}_1 = y_{1.}$
$n\widehat{\mu} + n\widehat{\tau}_2 = y_{2.}$
$n\widehat{\mu} + n\widehat{\tau}_3 = y_{3.}$

$$N\widehat{\mu} + n\sum_{i=1}^{3}\widehat{\tau}_i = y_{..}$$

$$\sum_{i=1}^{3}\widehat{\tau}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \widehat{\mu} = \frac{y_{..}}{N} = \overline{y}_{..}$$

$n\widehat{\mu} + n\widehat{\tau}_i = y_{i.} \qquad i = 1,2,3$
$n\overline{y}_{..} + n\widehat{\tau}_i = y_{i.} \qquad i = 1,2,3$

$$\widehat{\tau}_i + \overline{y}_{..} = \frac{y_{i.}}{n} \quad \Rightarrow \quad \widehat{\tau}_i = \overline{y}_{i.} - \overline{y}_{..} \qquad i = 1,2,3$$

$\widehat{\tau_1 - \tau_2} = \widehat{\tau}_1 - \widehat{\tau}_2 = (10.8 - 13.8) - (22.8 - 13.8) = -12$

b) $\widehat{\tau}_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad n\widehat{\mu} = y_{3.} \quad \Rightarrow \quad \widehat{\mu} = \overline{y}_{3.}$

$n\widehat{\mu} + n\widehat{\tau}_i = y_{i.} \qquad i = 1,2,3$
$n\overline{y}_{3.} + n\widehat{\tau}_i = y_{i.} \quad \Rightarrow \quad \widehat{\tau}_i = \frac{y_{i.}-y_{3.}}{n} = \overline{y}_{i.} - \overline{y}_{3.} \qquad i = 1,2,3$

Non, les estimateurs sont différents. C'est parce que la contraite est différente.
Énoncé : Pour l'estimation des contrastes des τ_i on obtient des valeurs différentes dépendant des contraintes.(...)

c)

	$\widehat{\mu} + \widehat{\tau}_1$	$2\widehat{\tau}_1 - \widehat{\tau}_2 - \widehat{\tau}_3$
$\sum_{i=1}^{3}\widehat{\tau}_i = 0$	10.8	-9.6
$\widehat{\tau}_3 = 0$	10.8	-9

Exercice #2

a) $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

b)

Source	SS	ddl	MS	F_0
Facteur	3528.05979	3	1176.01993	2.88
Erreur	15113.15972	37	408.46378	
Totale	18641.21951	40		

Seuil observé : 0.0489

Au seuil de 5% on rejette H_0. Donc on peut affirmer qu'il existe au moins 2 types de hêtraies qui ont des âges significativement différents.

c)

```
t Grouping          Mean       N    type

         A       183.500      10    4
         A
    B    A       166.813      16    2
    B    A
    B    A       164.556       9    3
    B
    B            155.000       6    1
```

Avec la méthode de Fisher, qui est la plus libérale, les âges des hêtraies des types 1 et 4 diffèrent de façon significative. Les autres méthodes donnent la même conclusion.

d)

```
                    Variable:  eresid

   Stem Leaf                     #             Boxplot
      4 68                       2                0
      4
      3
      3 4                        1                |
      2 99                       2                |
      2                                           |
      1 67                       2                |
      1 12                       2                |
      0 666788                   6             +-----+
      0 024                      3             |  +  |
     -0 433221                   6             *-----*
     -0 87665                    5             |     |
     -1 4331                     4             +-----+
     -1 977                      3                |
     -2 10                       2                |
     -2 8                        1                |
     -3                                           |
     -3 6                        1                |
     -4 4                        1                |
        ----+----+----+----+
    Multiply Stem.Leaf by 10**+1
```

```
                    Normal Probability Plot
 47.5+                                           *   * ++
     |                                              +++
     |                                            ++
     |                                        *+++
     |                                     *+*+
     |                                    ++
     |                                 ++**
     |                               ++**
     |                            +*+**
  2.5+                         ++**
     |                       ****
     |                    **+
     |                 ***
     |              **++
     |           * *+
     |          *++
     |       +++
     |     ++*
-42.5+  +*+
      +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
          -2        -1         0        +1        +2
```

On conclut à la normalité des résidus car le boxplot a une très bonne symétrie et il n'y a qu'une observation extrême. Et les points sont tous dans ou très proches de la droite de Henri.

```
Shapiro-Wilk          W     0.967553    Pr < W       0.2862
Kolmogorov-Smirnov    D     0.112475    Pr > D      >0.1500
```

De plus, au seuils de 5%, les deux tests pour la normalité arrivent à cette même conclusion.

Source	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
type	3	7.3689	0.0610

En utilisant le test de Bartlett, nous arrivons à la conclusion que les variances des résidus sont toutes égales.

Les postulats du modèle sont respectés, donc il n'est pas nécessaire de recommencer l'analyse.

Exercice #3

3-9.1 Pour le modèle $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, on peut développer des estimateurs pour μ et les τ_i en utilisant la méthode des moindres carrés.

Sous la contrainte $\sum_{i=1}^{3} \widehat{\tau}_i = 0$, on obtient $\widehat{\mu} = \overline{y}_{..}$ et $\widehat{\tau}_i = \overline{y}_{i.} - \overline{y}_{..}$. $\quad i = 1, \ldots, a$

Pour estimer certaines fonctions des paramètres on utilise les mêmes fonctions des estimateurs de ces paramètres.

3-9.2 Il existe une méthode plus facile pour obtenir les équations normales. Avec cette méthode et en ajustant un modèle complet aux données, on obtient une réduction de la somme des carrés : $R(\mu, \tau) = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i\cdot}^2}{n}$

La réduction de la somme des carrés pour le model réduit est : $R(\mu) = \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N}$

La somme de carrés dû aux τ_i sachant que μ est déjà dans le modèle est : $R(\tau|\mu) = R(\mu, \tau) - R(\mu)$. En supposant la normalité, la statistique appropriée pour tester $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$ est

$$F_0 = \frac{R(\tau|\mu)/(a-1)}{\left[\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - R(\mu, \tau)\right] /(N-a)} \sim F_{a-1,N-a}$$