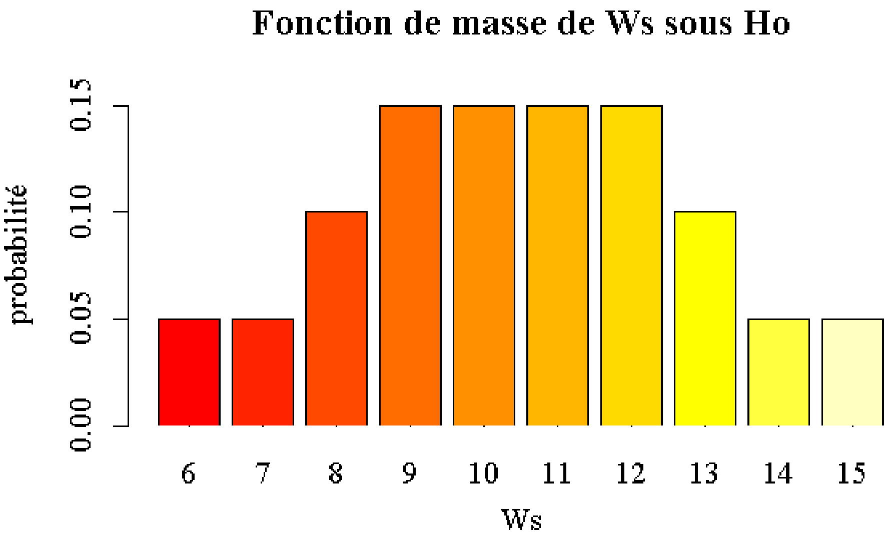
10(iii)

1	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
2	T	T	T	T	C	C	C	C	C	C	T	T	T	T	T	T	C	C	C	C
3	T	C	C	C	T	T	T	C	C	C	T	T	T	C	C	C	T	T	T	C
4	C	T	C	C	T	C	C	T	T	C	T	C	C	T	T	C	T	T	C	T
5	C	C	T	C	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	T	C	T	T
6	C	C	C	T	C	C	T	C	T	T	C	C	T	C	T	T	C	T	T	T
W_s	6	7	8	9	8	9	10	10	11	12	9	10	11	11	12	13	12	13	14	15

Tous ces arrangements ont 1/20 comme probabilité sous H_0



25

19	20	21	22	24	25	26	28	29	30	32	34	36	37	38	40	48	54
T	C	C	T	C	T	T	T	T	C	C	T	C	T	T	C	C	C
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$W_s = 1 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 12 + 14 + 15$
$n = m = 9$
Seuil observé $= P(W_s \geq 76) = 1 - P(W_s \leq 75)$
$P(W_s \leq 75) = P(W_{XY} + \frac{n(n+1)}{2} \leq 75) = P(W_{XY} \leq 75 - 45) = P(W_{XY} \leq 30) = 0.1933$
Donc, $P(W_s \geq 76) = 0.8067$

26

i) $n = 6 \quad \Rightarrow \quad \frac{n(n+1)}{2} = 21$
$P(W_{XY} \leq a) \leq 0.02$
Dans la table B, on trouve a = 4
$P(W_s - 21 \leq 4) = 0.0130$
$\frac{n(N+1)}{2} = 39$
W_s est symétrique autour de 39, donc $P(W_s \leq 25) = P(W_s \geq 53)$
$w_{max} = 57$
On rejette H_0 pour $W_s \in \{53, \ldots, 57\}$

ii) $n = 8 \quad \Rightarrow \quad \frac{n(n+1)}{2} = 36$
$P(W_{XY} \leq a) \leq 0.02$
Dans la table B, on trouve a = 12
$P(W_s - 36 \leq 12) = 0.0190$
$\frac{n(N+1)}{2} = 68$
W_s est symétrique autour de 68, donc $P(W_s \leq 48) = P(W_s \geq 88)$

$w_{max} = 100$
On rejette H_0 pour $W_s \in \{88, \ldots, 100\}$

iii) $n = 10 \quad \Rightarrow \quad \frac{n(n+1)}{2} = 55$
$P(W_{XY} \leq a) \leq 0.02$
Dans la table B, on trouve a = 22
$P(W_s - 55 \leq 22) = 0.0177$
$\frac{n(N+1)}{2} = 105$
W_s est symétrique autour de 105, donc $P(W_s \leq 77) = P(W_s \geq 133)$
$w_{max} = 155$
On rejette H_0 pour $W_s \in \{133, \ldots, 155\}$

47

0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	6	8	8	8
T	C	C	C	T	T	C	C	C	T	T	T	T	T	C
2.5				5	6.5		8.5		10.5		12	14		

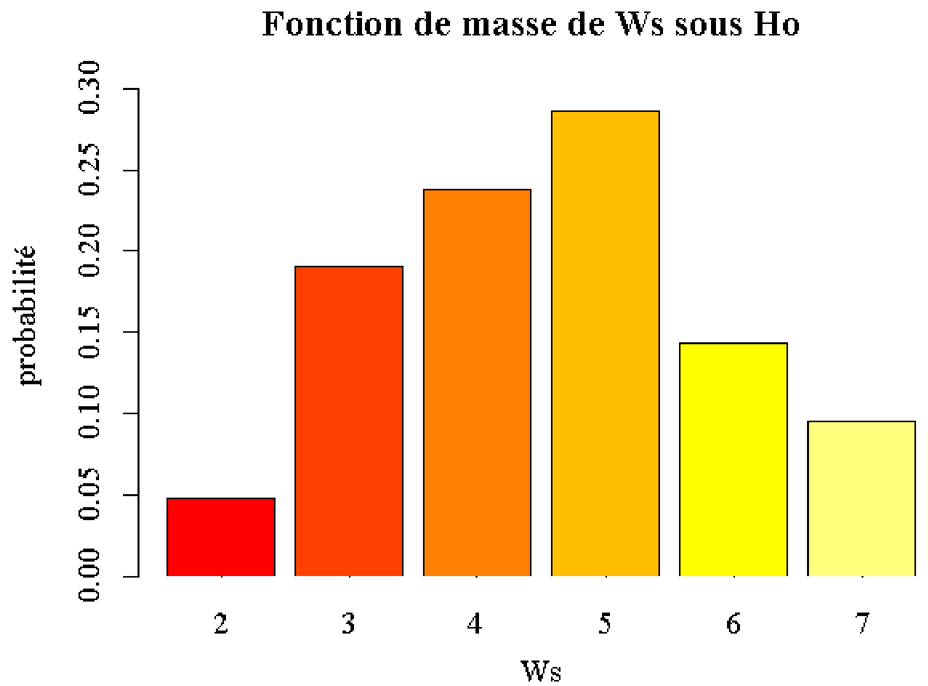
$H_0 : T_1$ et T_3 ont le même effet
$H_1 : T_3$ a un effet prolongé
$W_s^* = 12 + 10.5 + 10.5 + 2.5 + 5 + 14 + 6.5 + 14 = 75$
$E_{H_0}(W_s^*) = \frac{n(N+1)}{2} = 64$
$e = 7 \qquad d_1 = 4 \qquad d_2 = 1 \qquad d_3 = 2 \qquad d_4 = 2 \qquad d_5 = 2 \qquad d_6 = 1 \qquad d_7 = 3$
$Var_{H_0}(W_s^*) = \frac{nm(N+1)}{12} - \frac{nm}{12N(N-1)} \sum_{i=1}^{e} (d_i^3 - d_i) = \frac{362}{5} = 72.4$
Seuil observé $= P(W_s^* \geq 75) \approx 1 - \Phi\left(\frac{75-64}{\sqrt{72.4}}\right) = 1 - \Phi(1.29) = 1 - 0.9015 = 0.0985$

62

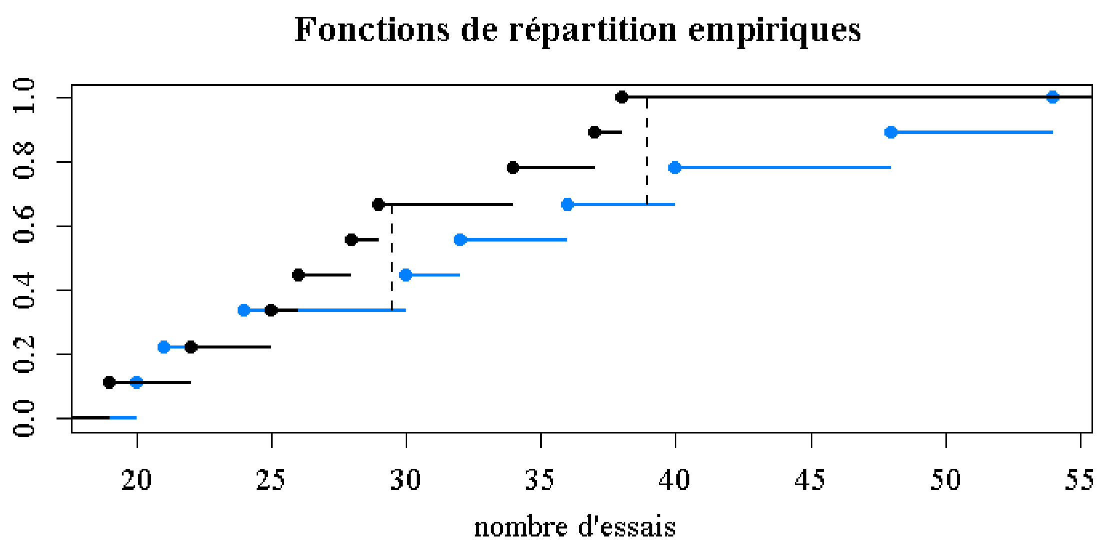
1	T	T	T	T	T	T	C	C	C	C	C
2	T	C	C	C	C	C	T	T	T	T	T
3	C	T	C	C	C	C	T	C	C	C	C
4	C	C	T	C	C	C	C	T	C	C	C
3	C	C	C	T	C	C	C	C	T	C	C
2	C	C	C	C	T	C	C	C	C	T	C
1	C	C	C	C	C	T	C	C	C	C	T
W_S	3	4	5	4	3	2	5	6	5	4	3

1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
3	T	T	T	T	C	C	C	C	C	C
4	T	C	C	C	T	T	T	C	C	C
3	C	T	C	C	T	C	C	T	T	C
2	C	C	T	C	C	T	C	T	C	T
1	C	C	C	T	C	C	T	C	T	T
W_S	7	6	5	4	7	6	5	5	4	3

Tous ces arrangements ont 1/21 comme probabilité sous H_0



64(iii)



$D_{9,9} = \frac{6}{9} - \frac{3}{9} = \frac{9}{9} - \frac{6}{9} = \frac{1}{3}$

65 $d = \frac{a}{n} \quad \Rightarrow \quad a = dn = \frac{1}{3} \times 9 = 3$

$P(D_{9,9} \geq \frac{1}{3}) = 0.7301$

Seuil observé du problème 25 : 0.8067

Les deux statistiques donnent des seuils d'un même ordre de grandeur.

19 $\overline{\Delta} = \overline{X} - \overline{Y} = 4.57 - 5.06 = -0.49$

$$\hat{\Delta} = \frac{D_{(\frac{mn}{2})} + D_{(\frac{mn}{2}+1)}}{2} = \frac{D_{32} + D_{33}}{2}$$

Pour trouver les $D_{(i)}$ (S-Plus) :

```
x<-read.table('19.dat')
# toutes les observations sont sur une colonne
# dans le meme ordre que dans la question
x<-x[1:16,1]
y<-matrix(rep(0,64),ncol=8)
```

```
i<-1
j<-1
while (i<=8) {
    while (j<=8) {
        y[i,j]<-x[i]-x[j+8]
        j<-j+1
    }
    j<-1
    i<-i+1
}
z<-c(y[1:8,1:8])
z<-sort(z)
z[32]
z[33]
```

$$\widehat{\Delta} = \frac{-0.52 - 0.51}{2} = -0.515$$

21 i) $P_\Delta(\underline{\Delta} \leq \Delta \leq \overline{\Delta}) = P_\Delta(D_{(i)} \leq \Delta \leq D_{(mn+1-i)}) = P_{H_0}(i \leq W_{XY} \leq mn - i) = 1 - 2(P_{H_0}(W_{XY} \leq i)) \approx 0.95$

$P_{H_0}(W_{XY} \leq i) \approx 0.025$

$P_{H_0}(W_{XY} \leq 13) = 0.0249$

$(D_{(13)}, D_{(52)})$ a un coefficient de confiance de 0.9502

ii) $\underline{\Delta} = D_{(13)} = -1.01$ $\qquad\overline{\Delta} = D_{(52)} = 0.02$

avec le test t de Student :

$$\underline{\Delta} = \overline{X} - \overline{Y} - t_{\alpha/2,n+m-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

$$S_p = \sqrt{\tfrac{(m-1)S_C^2 + (n-1)S_T^2}{n+m-2}} = 0.4595$$

$$\underline{\Delta} = -0.49 - 2.14448 S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = -0.98276$$

$$\overline{\Delta} = \overline{X} - \overline{Y} + t_{\alpha/2,n+m-2} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = 0.00276$$

	$\underline{\Delta}$	$\overline{\Delta}$
19(i)	-1.01	0.02
Student	-0.98276	0.00276